

F O R S C H U N G S I N S T I T U T
MITTEILUNGEN
F Ü R W Ä R M E S C H U T Z
E. V. M Ü N C H E N

Reihe II Wärmeschutz in der Industrie

Nummer 8

**Berechnungsverfahren zur Bestimmung des Wärmeverlustes
von verschiedenen Verlegesystemen erdverlegter Rohrleitungen**

Von Martin Zeidler

Berechnungsverfahren zur Bestimmung des Wärmeverlustes von verschiedenen Verlegesystemen erdverlegter Rohrleitungen

Von Martin Zeitler, Gräfelfing*)

DK 697.34

Mit Hilfe der Meßdaten, die von den auf dem Freigelände des Forschungsinstituts für Wärmeschutz e. V. (FIW), München, erstellten Versuchsstrecken stammen (finanziert durch den Hauptverband der Deutschen Bauindustrie und das Bayerische Staatsministerium für Wirtschaft und Verkehr), wurde ein Berechnungsverfahren zur Bestimmung des Wärmeverlustes von im Erdreich verlegten Doppelleitungen entwickelt, über das der Verfasser berichtet. Neben verschiedenen anderen Lösungswegen wurde hier das »elektrische Ersatzschaltbild« betrachtet. Die Auflösungen für die so entstandenen Stromkreise mit zwei Spannungsquellen nach den Kirchhoffschen Verzweigungssätzen – übertragen auf die Gesetzmäßigkeit der Wärmeübertragung – sind Grundlage für alle weiteren Überlegungen. Durch Einführung einer Korrektur von empirisch gefundenen Funktionen lassen sich die Verhältnisse im gleichförmig leitenden Kontinuum exakt nachvollziehen. Die Näherungsformel kann für alle heute üblichen Verlegesysteme wie Festblock-, Schüttwärmedämm-, Mantelrohr-Verfahren und Haubenkanal angewendet werden. Ein Vergleich zwischen den berechneten und den experimentell bestimmten Wärmeverlusten zeigt eine gute Übereinstimmung. Neben dem genaueren Verfahren, kann auch zur groben Abschätzung des Wärmeverlustes der Doppelleitung ein vereinfachtes Verfahren angewandt werden.

Summary of the report:

Method of calculation for determining the heat loss from different systems of laying pipelines underground Statement of the problem

In the absence of a generally applicable calculation formula for thermally-insulated double lines it is intended to find, with the aid of measured values of the heat loss from different trial lengths of pipelines laid underground, an approximation formula which approaches the solution of the Laplace differential equation, and hence the law for the dissipation in the case of such lines can be completely derived. The approximation formula will be built up from the known form factors for pipelines laid singly and for pipelines in a medium of infinite extent. (Equations (6a, 6b, 8, 10). The requisite modification of these form factors is then carried out by using the measured values found for the heat loss from the trial lines.

Method of solution

In order to limit the factors of influence the problems will be simplified as follows:

1. The surfaces of the pipes and the surface of the earth are isotherms
2. Also isotherms are the limits of the thermal-insulation blocks and of the tubular cells.

Besides various other methods of solution we shall here consider only the electrical equivalent circuit diagram. Since the electrical phenomena satisfy the same differential equation (14) and (15), considerations will first be made in this field and subsequently transferred to the problem under consideration (equations 16 to 24).

The modification is made with correction numbers, which are obtained as follows:

$$f_{1,2} = \frac{\text{measured value of the heat flow when a second pipe is present}}{\text{calculated value of the heat flow for one pipe}}$$
$$f_B = \frac{\text{measured value of the heat flow from pipe to pipe in the case of finite depth of laying}}{\text{calculated value of the heat flow in a medium of infinite extent}}$$

In the research which has already been completed the measured values of the heat flow were determined separately using heat-flow meters in the first-run line and in the return flow.

The given dimensions for the individual test paths are taken as the basis for the calculated value of the heat flow. For the thermal conductivity of the ground and for the thermal insulating materials there are laboratory measurements available.

For the correction numbers obtained in this manner functions must then be found which give no contradiction of the considerations described below.

In the case of closer consideration of the form factor S_1 (equation 24) it can be seen that this is made up of two partial form factors S_{1E} and S_B , where S_{1E} contains only geometrical quantities, and S_B is related to the ratio Θ_2/Θ_1 .

In the case of transition from the line for this simple equivalent circuits to conducting continuum of similar form it becomes clear that S_{1E} and S_B cannot be independent of one another. This dependence cannot however be given by the simplified electrical circuit. A detailed consideration of the present problem makes possible the following considerations:

1. If the distance between the two sources (pipes) having Θ_1 and Θ_2 is increased, then the heat flow approaches q_1 , i.e. also the form factor S_1 , the finite value of the heat flow or form factor for a single line laid in the ground. The return flow line (pipe 2) has no effect on the first runnings (pipe 2).

2. For $\Theta_1 = \Theta_2$ the second term

$$S_B \left(1 - \frac{\Theta_2}{\Theta_1}\right)$$

becomes zero; S_1 becomes simplified to S_{1E} .

3. If the distance between the pipes is reduced, then the value of S_1 must become smaller.
4. The heat flow q_B between the pipes and hence the form factor S_B decreases when the distance between the lines is increased with the temperature Θ_1 and Θ_2 , and when this is reduced q_B and S_B increase. If these considerations are continued for the case of different depths of laying and different conductivities, then we have:
5. S_{1E} in the case of small depths of laying when the distance between the pipes is increased approach more closely to the form factor of the pipe laid singly in the ground, than with greater depth of laying.
6. The form factor S_B , when the distance between pipes remains the same, will increase with increasing depth of laying, until at infinitely great depth of laying the finite form factor for pipes laid in a medium of infinite extent is approached. S_1 itself will follow these considerations, since the form factor S_{1E} of the pipe becomes zero with increasing depth of laying.
7. In the case of thermally-insulated pipes, i.e. with different thermal conductivity of thermal insulation and the ground, the form factors cannot possibly be independent of the ratio of these two conductivities.

The considerations under points 3 to 7 show that all form factors of distance between pipes, depth of laying and different thermal conductivities must be interdependent. In contradistinction to the geometrical dimensions, the thermal conductivities which are related to logarithmic functions are involved proportionately in the formula.

For the thermally-insulated pipes, in particular in the case of a thermally-insulating block, further assumptions and simplifications have to be made.

Using the formulae (27) to (33) it is possible to calculate the requisite auxiliary magnitude of the equivalent diameter for the thermally-insulating block (Fig. 8). The thermally-insulating block is then divided into two separate pipes with the imaginary line shown in Fig. 8 (dot-dash line).

The equivalent circuit diagram is shown in Fig. 9 and the solution by using the Kirchhoff branching laws is described in equation (34).

The solution for the heat dissipation using the transferred form factor S is obtained with the equations (35) to (37).

Methods of calculation

Fig. 12 all the requisite formulae for the form and correction factor as well as for heat loss and temperatures are summarised. For the thermally-insulated pipe it is at first necessary to calculate the temperature at the thermal-

*) Ing. (grad.) M. Zeitler ist Mitarbeiter des Forschungsinstituts für Wärmeschutz e. V., Gräfelfing, der Abteilung Industrieller Wärmeschutz.

Der Bericht wurde unter Mitwirkung von Dipl.-Ing. H. Zehendner, Abteilungsleiter im Forschungsinstitut für Wärmeschutz e. V., verfaßt.

insulation block on the outside and, at the tubular shell, so that the heat loss from the individual line can be calculated. This is done with the aid of equations (76) and (77), when at first the auxiliary quantities A_i , B_j and C_j from equations (55) to (57) must be determined. The corresponding flow resistances R_j are obtained from the relation (54).

In the case of the simplified method of calculation the relatively laborious iterative calculation method for temperature ϑ_{ja} is not used. The heat loss can be estimated direct using the equations (91) to (93).

Using the tubular-shell method it is possible for a rough estimate of the heat loss even to omit the calculation of the correction numbers; equation (93) is simplified to the formula (8).

Final comment

The method presented makes possible the approximate calculation of the heat losses for double lines laid in the ground in the systems used so far.

The assumptions and simplification made became possible due to the measured values of temperatures and heat losses in buried systems obtained during our research work.

Im Aufsatz verwendete Formelzeichen

I	elektrischer Strom
R	Ohmscher Widerstand (Wärmedurchlaßwiderstand)
S	Formzahl
U	Spannung
a	Abstand der Rohre
b	Breite der Wärmedämmung
d	Durchmesser
f	Korrektionszahl
h	Höhe der Wärmedämmung
h_E	Verlegetiefe der Rohre
k	Wärmedurchgangskoeffizient
l	Seitenlänge der Wärmedämmung
q	Wärmestrom
u	Feuchtegehalt
s	Dämmschichtdicke
α	Wärmeübergangskoeffizient
ϑ	Temperatur
$\Delta\vartheta$	Temperaturdifferenz
$1/\Lambda$	Wärmedurchlaßwiderstand
Indizes	
a	außen
B	Beeinflussung
E	Erdreich
E_0	Erdoberfläche
G	massebezogen
m	Mittelwert
i	innen
j	Rohrleitung 1 oder 2
L	Luft
S	Schacht
R	1 Rohr
WD	Wärmedämmung
∞	Unendlich ausgedehntes Medium

1 Allgemeines

Durch die stetig zunehmende Energieverteilung und vor allem -verknappung erlangen zentralisierte Heizkraftwerke und die damit erforderlichen Fernheizleitungen immer mehr an Bedeutung.

Bei der Projektierung der im Erdreich verlegten Fernheizleitung hat aber der Ingenieur keine oder nur beschränkt die Möglichkeit, den Wärmeverlust von Vor- und Rücklaufleitungen abzuschätzen oder etwa die erforderlichen Wärmedämmschichtdicken zu ermitteln.

Die Angebotspalette von Verlegesystemen reicht vom Mantelrohrsystem über Verguß- oder Schüttwärmedämm-Blöcken zum konventionellen Haubenkanal.

Eine Vergleichsmöglichkeit der verschiedenen Systeme im Punkt Wärmeverlust und der damit möglichen Wirtschaftlichkeitsberechnungen ist durch Ermangelung eines geeigneten Berechnungsverfahrens, das sich auf alle Verlegesysteme anwenden läßt, nicht gegeben.

2 Aufgabenstellung

Die Gesetzmäßigkeit der Wärmeübertragung bei zwei im Erdreich verlegten Rohren läßt sich durch die Fouriersche Differentialgleichung beschreiben

1) finanziert durch den Hauptverband der Deutschen Bauindustrie und das Bayerische Staatsministerium für Wirtschaft und Verkehr.

The results may involve a systematic error in the magnitude up to a maximum of 10% due to the formation of the equivalent diameter in the case of block systems with square or rectangular cross-section.

For a more precise calculation it would therefore be necessary to use the determination in the laboratory of a system-related equivalent thermal conductivity, depending on the pipe temperatures, for which purpose suitable block lengths of the system constructed should be tested.

This is possible with a suitable measuring arrangement on the basis of a variable experience and data from the research work, when at first the further insulation effect of the surrounding earth is not included.

With the composition and the structure of the ground, as well as the corresponding materials value, such as bulk density or gross density and moisture content, this method will then give reliable values of the heat loss which has now become necessary in the planning and the construction of district-heating lines laid underground.

A reliable determination of the insulation thicknesses from economic standpoints or technical requirements justifies the relatively high calculation costs when using the present process.

$$\varrho \cdot c \frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \text{div} (\lambda \text{ grad } \vartheta) \quad (1)$$

Bei der Betrachtung des Schnittes senkrecht zu den Rohrachsen (zweidimensionales Problem) und unter Vernachlässigung der zeitlichen Veränderung der Temperaturfelder (stationärer Zustand der Wärmeübertragung) vereinfacht sich Gl. (1) zur Laplaceschen Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

Eine Näherungslösung zu finden, die der Lösung der Differentialgleichung nahe kommt, war Ziel des Forschungsvorhabens¹⁾ mit Versuchsstrecken unterschiedlicher Verlegesysteme auf dem Freigelände des Forschungsinstituts für Wärmeschutz e. V. in Gräfelfing.

Die Formel soll es ermöglichen, den Wärmeverlust für die verschiedenen Verlegesystem mit den üblichen geometrischen Abmessungen und Verlegetiefen rechnerisch abschätzen zu können.

3 Stand der Wissenschaft bei der Berechnung des Wärmeverlustes bei erdverlegten Rohrleitungen

Im Nachfolgenden sind die bisher bekannten und üblichen Verfahren zur Bestimmung des Wärmeverlustes bzw. der Formzahl von im Erdreich verlegten Leitungen aufgeführt. Es werden neben der analytischen Lösungen für einzeln im Erdbereich verlegte Rohre und zwei im unendlich ausgedehnten Medium verlegten Rohre auch empirisch gefundene Methoden erwähnt.

3.1 Ein Rohr ungedämmt im Erdreich

$$q_R = \Lambda_R (\vartheta_i - \vartheta_{E_0}) \quad (3)$$

$$1/\Lambda_R = \frac{1}{2\pi \lambda_E} \text{arcosh} \frac{2 \cdot h_E}{d_R} \quad (4a)$$

$$\text{oder } 1/\Lambda_R = \frac{1}{2\pi \lambda_E} \cdot \ln \frac{4h_E}{d_R} \quad (4b)$$

unter Einführung einer Formzahl S_R ergibt sich

$$q_R = S_R \cdot \lambda_E (\vartheta_i - \vartheta_{E_0}) \quad (5)$$

$$\text{wobei } S_R = \frac{2\pi}{\text{arcosh} \frac{2 \cdot h_E}{d_R}} \quad (6a)$$

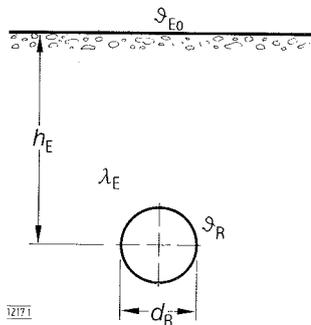


Bild 1. Rohr im Erdreich

oder
$$S_R = \frac{2\pi}{\ln \frac{4 \cdot h_E}{d_R}} \quad (6b)$$

ist.

3.2 Ein Rohr wärmedämmt im Erdreich

Bei der Berechnung des Wärmestroms bei einem wärmedämmten Rohr (Bild 2) lassen sich die Wärmedurchlaßwiderstände, wie es J. S. Cammerer schon 1932 beschrieben hat, addieren

$$\frac{1}{A_R} = \frac{1}{2\pi \lambda_{WD}} \ln \frac{d_{Ra}}{d_{Ri}} + \frac{1}{2\pi \lambda_E} \operatorname{arcosh} \frac{2 \cdot h_E}{d_{Ra}} \quad (7)$$

die Formzahl ist somit

$$S_R = \frac{2\pi}{\frac{\lambda_E}{\lambda_{WD}} \ln \frac{d_{Ra}}{d_{Ri}} + \operatorname{arcosh} \frac{2 \cdot h_E}{d_{Ra}}} \quad (8)$$

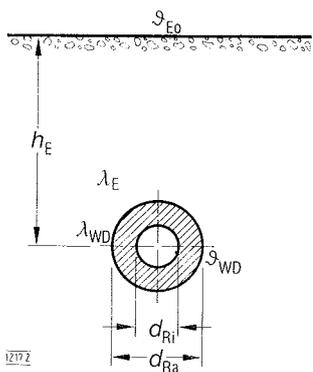


Bild 2. Ein Rohr wärmedämmt im Erdreich mit der Verlegetiefe h_E

3.3 Ein Rohr mit Wärmedämmblock wird im Erdreich verlegt

Wird das wärmeleitende Rohr in einem Wärmedämm-Block mit quadratischem Querschnitt gebettet (Bild 3), so wird nach der VDI 2055 »Wärme- und Kälteschutz«, Entwurf März 1978, ein äquivalenter Durchmesser eingeführt, wobei

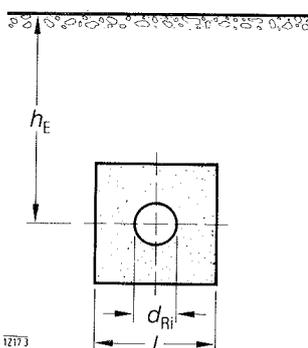


Bild 3. Ein Rohr wärmedämmt mit der Verlegetiefe h_E

$$d_{Ra} = 1,073 l \quad (9)$$

l Seitenlänge des Wärmedämm-Blockes.

Die Formzahl berechnet sich wie in Abschnitt 3.2.

3.4 Zwei Rohre im unendlich ausgedehnten Medium

Die Gesetzmäßigkeit der Wärmeübertragung zwischen zwei im unendlich ausgedehnten Medium verlegten Rohre (Bild 4) läßt sich mit Hilfe der Formzahl

$$S_{B\infty} = \frac{2\pi}{\operatorname{arcosh} 2 \cdot \frac{a^2 - \frac{d_1^2}{4} - \frac{d_2^2}{4}}{d_1 \cdot d_2}} \quad (10)$$

beschreiben.

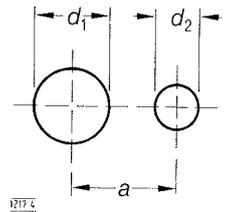


Bild 4. Zwei Rohre im unendlich ausgedehnten Medium

3.5 Zwei gedämmte Rohre mit der Verlegetiefe h_E nach der Methode der fiktiven Quellen und Senken

Sind die Durchmesser der Rohre sehr klein im Vergleich zur Verlegetiefe und zum Abstand der Rohre (Bild 5), so kann die Lösung der Laplaceschen Differentialgleichung sofort angegeben werden $d_{1,2} \ll a, h_E$

$$S_1 = 2\pi \frac{\ln \frac{4h_E}{d_2} - \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} \ln \frac{\sqrt{4h_E^2 + a^2}}{a}}{\ln \frac{4h_E}{d_1} \ln \frac{4h_E}{d_2} - \left(\ln \frac{\sqrt{4h_E^2 + a^2}}{a} \right)^2} \quad (11)$$

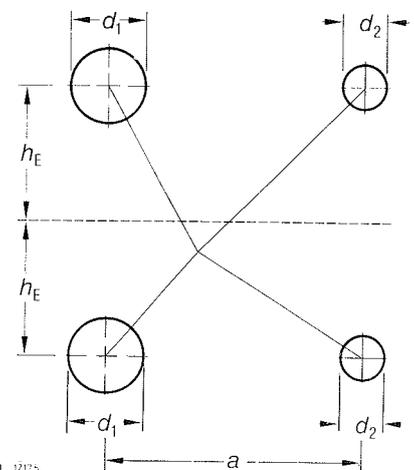


Bild 5. Rohre im Erdboden

3.6 Berechnungsverfahren von Doppelleitungen mit Hilfe von experimentell bestimmten Formzahlen

In dem Aufsatz von Franz und Grigull [5] wurden für im Erdreich verlegte Rohre mit Hilfe von elektrischen Folienmodellen Formzahlen in Abhängigkeit von dem Verhältnis Rohrabstand zu Verlegetiefe ermittelt. Es wurden Kurvenscharen bei unterschiedlichen Verlegetiefen mit dem Temperaturverhältnis von Vor- und Rücklaufleitung als Parameter aufgestellt. Der Wärmeverlust kann dann mit der

aus den Kurvenscharen entnommenen Formzahl S_1 , für bestimmte geometrische Abmessungen, ermittelt werden.

$$q_1 = \lambda_E \cdot S_1 \cdot \Delta\vartheta_1 \quad (12)$$

3.7 Bestimmung des Wärmestromes von zwei und mehr Rohren mit Hilfe von Diagrammen nach Vidal

In dem Aufsatz von Vidal [1] wurden ebenfalls mit Modellversuchen Diagramme erstellt, mit deren Hilfe der Wärmeverlust abgeschätzt werden kann.

Die Kurvenscharen für unterschiedliche geometrische Abmessungen sind in Abhängigkeit von dem Wärmeleitfähigkeits-Verhältnis λ_{WD}/λ_E aufgetragen, Parameter sind die experimentell bestimmten Koeffizienten p_{11} , p_{12} und p_{22} bei zwei Rohren.

Der Wärmeverlust errechnet sich für den Vorlauf

$$q_1 = \lambda_E (p_{11} \cdot \Delta\vartheta_1 + p_{12} \cdot \Delta\vartheta_2) \quad (13a)$$

für den Rücklauf

$$q_2 = \lambda_E (p_{22} \cdot \Delta\vartheta_2 + p_{12} \cdot \Delta\vartheta_1) \quad (13b)$$

Diese Diagramme sind ebenfalls nur für bestimmte geometrische Abmessungen gültig. Eine Interpolation zwischen den einzelnen Kurven ist relativ schwierig.

Alle in den Abschnitten 3.5 bis 3.7 erwähnten Verfahren zur Berechnung des Wärmeverlustes von Doppelleitungen sind nur mit gewissen Einschränkungen auf die Verhältnisse in der Praxis übertragbar.

Neben diesen Verfahren gibt es noch weitere Berechnungsmethoden (siehe Schrifttum [3] und [4]) um den Wärmeverlust von Doppelleitungen abzuschätzen, auf die hier aber im einzelnen nicht näher eingegangen werden kann.

Im Nachfolgenden wird versucht, mit den bisher üblichen und bekannten Formzahlen, wie sie in den Abschnitten 3.1 bis 3.4 beschrieben wurden, eine Näherungslösung zu finden, die allgemein und für alle üblichen Verlegearten von Doppelleitungen gültig ist.

4 Lösungsweg

Um die Anzahl der Einflußgrößen einzuschränken, soll das Problem wie folgt vereinfacht werden:

1. Die Oberflächen der Rohre und die Erdoberfläche sind Isothermen.
2. Isothermen sind ebenfalls die Begrenzungen des Wärmedämmblockes bzw. der Mantelrohre.

Neben den verschiedenen anderen Lösungswegen soll hier nur das elektrische Ersatzschaltbild betrachtet werden. Da die elektrischen Vorgänge derselben Differentialgleichung genügen, sollen zunächst Überlegungen auf diesem Gebiet durchgeführt werden und anschließend auf das vorliegende Problem übertragen werden.

Für den Fall der Wärmeleitung

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} = 0. \quad (14)$$

Für den Fall der elektrischen Leitung

$$\frac{\partial^2 U_o}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_o}{\partial y^2} = 0 \quad (15)$$

Der grundlegende Gedanke dieses Lösungsweges soll es sein, bei der Transformation der Auflösung der Ersatzschaltbilder in die Gesetzmäßigkeit der Wärmeableitung, die bekannten Wärmedurchlaßwiderstände bzw. Formzahlen (siehe Abschnitt 3.1 bis 3.4), für einzelne Rohre und für zwei Rohre im unendlich ausgedehnten Medium, zu verwenden.

Da diese Formzahlen in ihrer bisherigen Form die Verhältnisse des vorliegenden Problems jedoch nicht exakt nachvollziehen können, ist es erforderlich, sie entsprechend zu modifizieren.

Diese Korrektur soll mit Hilfe von Meßwerten des Wärmestromes von im Erdreich verlegten Versuchsstrecken geschehen.

Mit den im folgenden beschriebenen Ansätzen werden die Meßwerte dazu in die sich ergebenden Anteile des Wärmestromes zerlegt und auf den rechnerischen Wert des Wärmestromes unter gegebenen Bedingungen bezogen.

Die erforderlichen Korrekturzahlen ergeben sich also aus

$$f_{1,2} = \frac{\text{Meßwert des Wärmestroms bei vorhandenem zweiten Rohr}}{\text{rechnerischer Wert des Wärmestroms für ein Rohr}}$$

$$f_B = \frac{\text{Meßwert des Wärmestroms von Rohr zu Rohr bei endlicher Verlegetiefe}}{\text{rechnerischer Wert des Wärmestroms im unendlich ausgedehnten Medium}}$$

Die Meßwerte des Wärmeverlustes wurden bei der bereits abgeschlossenen Forschungsarbeit mittels Wärmestrommesser an Vor- und Rücklaufleitung getrennt ermittelt.

Dem rechnerischen Wert des Wärmeverlustes werden die gegebenen geometrischen Abmessungen der einzelnen Versuchsstrecken zugrunde gelegt. Für die Wärmeleitfähigkeit von Erdreich und Wärmedämmstoffen stehen Laboratoriums-Meßwerte zur Verfügung.

4.1 Gegenüberstellung der entsprechenden Größen von Wärmeleitung und Leitung des elektrischen Stromes

Wärmeleitung		Elektrische Leitung	
q	Wärmestrom je m	I	elektrischer Strom
ϑ	Temperatur	U_o	elektrisches Potential
$\Delta\vartheta$	Temperaturdifferenz	U	Spannung
$\frac{1}{\lambda}$	Wärmedurchlaßwiderstand	R	Ohmscher Widerstand
		Indizes	
1	Vorlaufleitung	1	Leitung 1
2	Rücklaufleitung	2	Leitung 2
i	innen (Wärmedämmung)		
a	außen (Wärmedämmung)		
Eo	Erdoberfläche		
WD	Wärmedämmung	11	Teil 1 der Leitung 1
E	Erdreich	12	Teil 2 der Leitung 1
B	Beeinflussung	3	Leitung zwischen den Quellen

4.2 Gegenüberstellung von Wärmeleitung und elektrischer Leitung

4.2.1 Grundlegende Überlegungen

Bevor auf die eigentliche Problemstellung, nämlich die Gesetzmäßigkeit bei zwei wärmedämmten Rohren im Erdreich verlegt, eingegangen wird, werden zunächst zwei ungedämmte Rohre betrachtet.

Ersetzt man die leicht ersichtlichen Hauptwärmestromrichtungen durch einfache elektrische Widerstände, so erhält man ein elektrisches Ersatzschaltbild, das die Verhältnisse bezüglich der Wärmestromrichtungen exakt wiedergibt. Für den entstandenen Stromkreis mit zwei Spannungsquellen können die Kirchhoffschen Verweigungsätze angewandt werden.

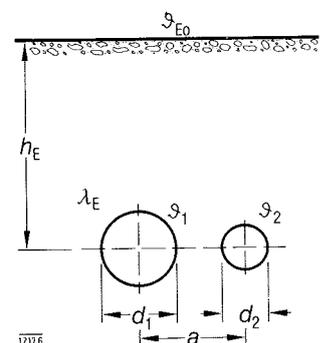


Bild 6. Zwei Rohre im Erdreich mit Verlegetiefen h_E

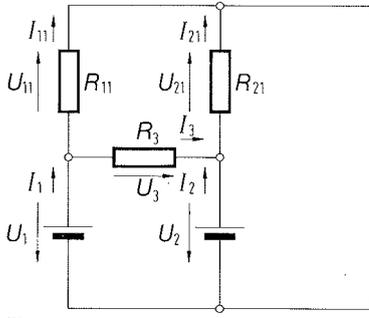


Bild 7. Ersatzschaltbild

$$I_1 - I_{11} - I_3 = 0 \quad (16)$$

$$U_1 - U_2 - U_3 = 0 \quad (17)$$

$$I_3 = \frac{U_1 - U_2}{R_3} \quad (18)$$

$$I_{11} = \frac{U_{11}}{R_{11}}; U_{11} = U_1 \quad (19)$$

aus (16), (18) und (19) folgt

$$I_1 = \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{1 - \frac{U_2}{U_1}}{R_3} \right) U_1 \quad (20)$$

Das Ergebnis übertragen auf die Wärmeleitung ergibt

$$q_1 = \left(\frac{1}{\lambda_{1E}} + \frac{1 - \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1}}{\lambda_B} \right) \Delta\vartheta_1 \quad (21)$$

$$\text{wobei } \Delta\vartheta_j = \vartheta_j - \vartheta_{Eo}. \quad (22)$$

Die Gl. (21) auf die vielfach gebräuchliche Schreibweise mit der Formzahl umgestellt, ergibt

$$q_1 = \lambda_E \left[S_{1E} + S_B \cdot \left(1 - \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} \right) \right] \Delta\vartheta_1 \quad (23)$$

$$S_1 = S_{1E} + S_B \left(1 - \frac{\Delta\vartheta_2}{\Delta\vartheta_1} \right) \quad (24)$$

Bei näherer Betrachtung der Formzahl S_1 erkennt man, daß sie sich aus zwei Teilformzahlen S_{1E} und S_B zusammensetzt, wobei S_{1E} nur geometrische Größen beinhaltet und S_B mit dem Temperaturverhältnis ϑ_2/ϑ_1 verknüpft ist.

Beim Übergang von der Leitung dieser einfachen Ersatzschaltung zu einem gleichförmigen leitenden Kontinuum wird klar, daß S_{1E} und S_B nicht unabhängig voneinander sein können. Diese Abhängigkeit kann die vereinfachte elektrische Schaltung jedoch nicht liefern.

Eine genaue Betrachtung des vorliegenden Problems läßt folgende Überlegungen zu:

1. Wird der Abstand zwischen beiden Quellen (Rohren) mit ϑ_1 und ϑ_2 vergrößert, so nähert sich der Wärmestrom q_1 , d. h. auch die Formzahl S_1 , dem endlichen Wert des Wärmestroms bzw. Formzahl für ein einzelnes im Erdreich verlegtes Rohr. Die Rücklaufleitung (Rohr 2) hat keinen Einfluß auf den Vorlauf (Rohr 1) mehr.

2. Für den $\vartheta_1 = \vartheta_2$ wird der zweite Term

$$S_B \left(1 - \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} \right)$$

zu Null; S_1 vereinfacht sich zu S_{1E}

3. Wird der Abstand zwischen den Rohren verringert, so muß der Wert von S_1 kleiner werden.
4. Der Wärmestrom q_B zwischen den Rohren und damit die Formzahl S_B nimmt bei Vergrößerung des Abstandes zwischen den Leitungen mit den Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 ab, bei Verkleinerung steigt q_B bzw. S_B an.

Werden diese Überlegungen für den Fall unterschiedlicher Verlegetiefen und verschiedener Leitfähigkeiten weitergeführt, so wird sich:

5. S_{1E} bei geringen Verlegetiefen bei Vergrößerung des Rohrabstandes eher der Formzahl des einzeln im Erdreich verlegten Rohres nähern, als bei größeren Verlegetiefen.
6. Die Formzahl S_B wird sich bei gleichbleibendem Rohrabstand mit zunehmender Verlegetiefe vergrößern, bis sie sich bei unendlich großer Verlegetiefe, der endlichen Formzahl von zwei im unendlich ausgedehnten Medium verlegten Rohren entspricht. S_1 selbst wird diesen Überlegungen folgen, da die Formzahl S_{1E} des Rohres mit zunehmender Verlegetiefe zu Null wird.
7. Bei wärmedämmten Rohren, also bei unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten von Wärmedämmung und Erdreich, werden die Formzahlen nicht unabhängig vom Verhältnis dieser beiden Leitfähigkeiten sein können.

Die Überlegungen unter den Punkten 3 bis 7 zeigen, daß alle Formzahlen von Rohrabstand, Verlegetiefe und unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten abhängig sein müssen. Die Wärmeleitfähigkeiten werden im Gegensatz zu den geometrischen Abmessungen, die mit logarithmischen Funktionen verknüpft sind, direkt proportional in die Formel eingehen.

4.2.2 Zwei Rohre in gemeinsamer Wärmedämmung (WD-Block)

Für die Auflösung des vorliegenden Problems mit Hilfe des elektrischen Ersatzschaltbildes ist es erforderlich, einige Annahmen und Vereinfachungen zu treffen:

1. Der Wärmedämm-Block und das angrenzende Erdreich werden zunächst durch eine gedachte senkrechte Linie getrennt. Die Grenzlinie soll durch den Schnittpunkt, der an die Rohre gelegten Tangenten, gehen.
2. Die äußeren Begrenzungen der nun entstandenen Wärmedämm-Blöcke für Vor- und Rücklauf sind die Isothermen ϑ_{1a} und ϑ_{2a}
3. Einführung eines äquivalenten Durchmessers der Wärmedämmung

Der äquivalente Durchmesser soll sein:

$$d_{ja} = 1,073 \cdot \frac{4A_j}{U_j} \quad (27)$$

wobei A die Fläche und U den Umfang der Wärmedämmblöcke bedeuten

$$A_j = b_j \cdot b \quad (28)$$

$$U_j = 2 \cdot (b_j + b) \quad (29)$$

b_1 bzw. b_2 errechnet sich bei zwei gleich großen Rohren zu

$$b_1 = b_2 = \frac{b}{2}$$

und bei unterschiedlichem Rohrdurchmesser

$$b_1 = \frac{a \cdot \arctan \varphi_2}{\arctan \varphi_1 + \arctan \varphi_2} + \frac{d_1}{2} + s_1$$

$$b_2 = b - b_1 \quad (32)$$

$$\varphi_j = \arcsin \frac{d_{3-j}}{2a} \quad (33)$$

Der wesentliche Gedanke dieses Modells ist es, daß jedes gedämmte Rohr mit dem äquivalenten Durchmesser nach (27) getrennt betrachtet wird, wobei die strichpunktierte Linie die Grenze bedeutet. Diese gedachte, in *Bild 8* eingezeichnete Trennlinie hat neben der Aufgabe, die geometrischen Abmessungen der Wärmedämmung der beiden Leitungen zu fixieren, noch einen weiteren Zweck zu erfüllen. Die Trennlinie leistet eine gewisse Hilfestellung bei der Suche nach den Hauptstromrichtungen, die bei den wärmedämmten Rohren nicht mehr so ohne weiteres zu erkennen sind. Bei gleichem Rohrdurchmesser und $\vartheta_1 = \vartheta_2$ wird die Trennlinie gleich der Symmetrieachse von Isothermen und Wärmestromlinien sein. Ist $d_1 \neq d_2$ und/oder $\vartheta_1 \neq \vartheta_2$ so werden die Wärmestromlinien, bedingt durch das Isothermenfeld, das sich in der, und um die Wärmedämmung aufbaut, die theoretische Trennlinie überschreiten. Die Verzerrung des Temperaturfeldes und somit die Größe der waagerechten Komponente des Wärmestroms q_{BE} ist abhängig von dem Rohrdurchmesser, den Außenabmessungen der Wärmedämmung und natürlich vor allem von den Rohrtemperaturen.

Der Wärmestrom q_1 , der sich aufgrund des Wärmedurchlasswiderstandes der Wärmedämmung und des Erdreiches zuzüglich des Wärmestroms, der auf direktem Wege in der Wärmedämmung zu der Rohrleitung mit der niedrigeren Temperatur strömt, einstellt, enthält auch die waagerechte Komponente q_{BE} , die wie q_B zur Verringerung des Wärmeverlustes der Rücklaufleitung beiträgt.

Um diesen Wärmestrom beschreiben zu können, muß eine Formzahl eingeführt werden, die die Außenabmessungen des Wärmeblocks beinhaltet und die mit dem Verhältnis der Temperaturen an dieser Begrenzung zwischen Wärmedämmung und Erdreich verknüpft ist. Betrachtet man nun die fiktiven Außenabmessungen der Wärmedämmung wie sie sich nach der Gl. (27) ergeben und ordnet man diesen äquivalenten Durchmesser die Isothermen ϑ_{1a} bzw. ϑ_{2a} zu, so ergeben sich zwei Kreise, die sich, bedingt durch den geringen Abstand, überschneiden.

Eine Lösung dieses Problems, also eine Formzahl, auf dem analytischen Wege, für diese Anordnung zu finden, liefert ein imaginäres Ergebnis und ist somit für dieses Modell nicht zu gebrauchen. Es wird nun rein empirisch eine logarithmische Funktion gesucht, die auch in diesem Fall einen reellen Zahlenwert und keinen Widerspruch zu den Überlegungen in Abschnitt 4.2.1 liefert.

Es bietet sich hierfür die Umkehrfunktion des Hyperbolischen Sinus an, die auch für Argumente < 1 reelle Zahlenwerte liefert und die sich bei großen Argumenten der Funktion arcosh und damit der Funktion der Formzahl von zwei Rohren im unendlich ausgedehnten Medium nähert.

Dem Verfasser ist klar, daß der Wärmestrom q_{BE} relativ bedeutungslos für die Wärmeverluste der Rohrleitungen ist. Bei groben Abschätzungen des Wärmeverlustes kann auch diese Verzweigung des Wärmestroms vernachlässigt werden. Möchte der Anwender aber die Verhältnisse etwas genauer beschreiben, sollte er auch diesen Term mit in die Rechnung einbeziehen. Durch diese waagerechte Komponente wird die Leitfähigkeit des Erdreiches bei der gegenseitigen Beeinflussung der Leitungen berücksichtigt.

Bild 9 zeigt das elektrische Ersatzschaltbild, der in *Bild 8* dargestellten wärmedämmten Rohrleitungen.

Die Auflösung des Ersatzschaltbildes mit Hilfe der Kirchhoffschen Verzweigungssätzen ist in Gl. (34) dargestellt.

$$I_j = \left[\frac{1}{R_{j1} + \frac{1}{\frac{1}{R_{j2}} + \frac{1 - \frac{U_{(3-j)2}}{U_{j2}}}} + \frac{1 - \frac{U_{3-j}}{U_j}}{R_{31}}} \right] U_j \quad (34)$$

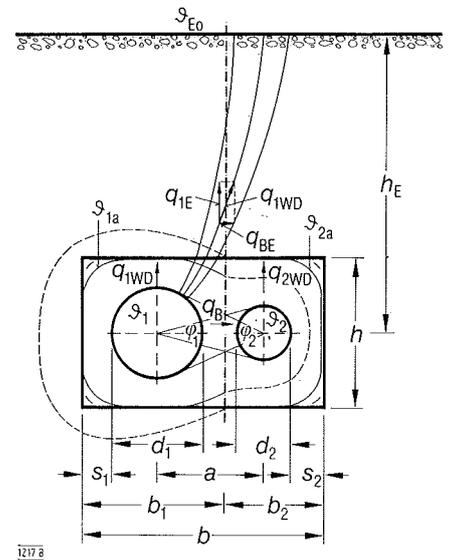


Bild 8. Zwei Rohre in gemeinsamer Wärmedämmung

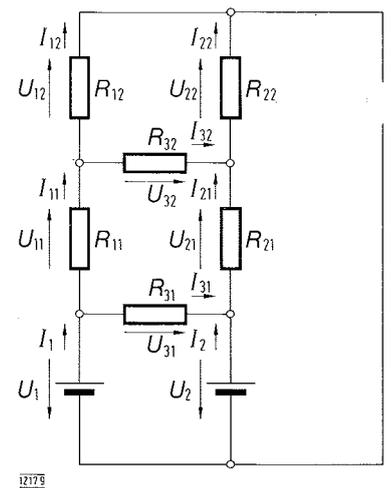


Bild 9. Ersatzschaltbild von zwei Rohren in gemeinsamer Wärmedämmung

Die Lösung auf die Wärmeableitung, unter Verwendung der Formzahl S , übertragen sieht dann so aus:

$$q_j = \lambda_{jWD} \left[S'_j + S_B \cdot \left(1 - \frac{\Delta\vartheta_{3-j}}{\Delta\vartheta_j} \right) \right] \Delta\vartheta_j \quad (35)$$

$$\text{wobei } S'_j = \frac{1}{\frac{1}{S_{jWD}} + \frac{1}{\frac{\lambda_{jE}}{\lambda_{jWD}} \left[S_{jE} + S_{BE} \left(1 - \frac{\Delta\vartheta_{(3-j)a}}{\Delta\vartheta_{ja}} \right) \right]}} \quad (36)$$

$$\Delta\vartheta_{ja} = \vartheta_{ja} - \vartheta_{E0} \quad (37)$$

5 Berechnungsverfahren

5.1 Form- und Korrektionszahlen

In *Bild 12* sind die Auflösungen der Ersatzschaltbilder – übertragen auf die Gesetzmäßigkeit der Wärmeableitung – für die verschiedenen Verlegeverfahren zusammengestellt. Damit die Formzahlen den Überlegungen in Abschnitt 4.2.1 folgen, werden die bisher gebräuchlichen Formzahlen, für ein einzelnes Rohr im Erdreich, bzw. von zwei Rohren im unendlich ausgedehnten Medium, mit Korrektionsfunktionen verknüpft.

In *Bild 10* und *11* sind die aus den Meßwerten ermittelten Korrektionszahlen als Punkte eingezeichnet. Die Kurven dazu wurden rein empirisch gefunden.

Der formale Aufbau der Argumente der Funktionen weicht zwar von den Überlegungen nach Abschnitt 4.2.1 teilweise ab, denn eigentlich müßten die geometrischen Abmessungen mit logarithmischen Funktionen verknüpft sein.

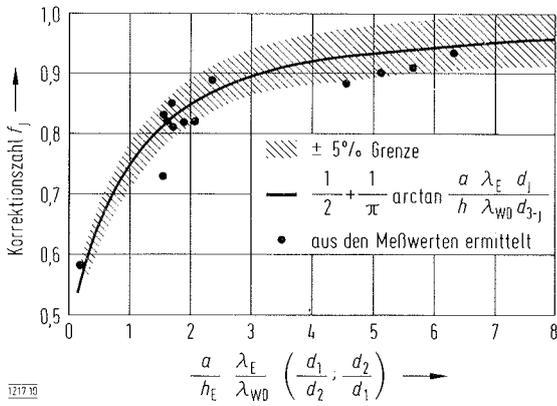


Bild 10. Aus den Meßwerten ermittelte Korrektionszahlen zur Berücksichtigung des zweiten Rohres

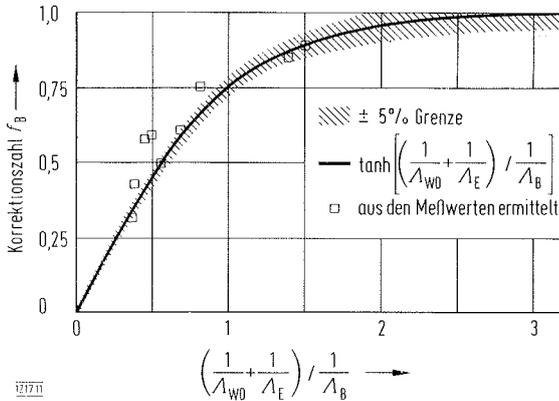


Bild 11. Aus den Meßwerten ermittelte Korrektionszahlen zur Berücksichtigung der endlichen Verlegetiefe

Ein Vergleich zwischen den, mit diesen gefundenen Funktionen, errechneten Formzahlen von einer ungedämmten Doppelleitung bei verschiedenen Rohrabständen und den ermittelten Formzahlen (Bild 15) aus der Arbeit von Franz und Grigull [5] zeigt, daß diese Vereinfachung ebenfalls ein befriedigendes Ergebnis liefert.

5.2 Wärmeverluste

5.2.1 Wärmeverluste mit iterativem Verfahren

Die Schwierigkeit des Berechnungsverfahrens liegt, wie aus der Gl. (36) leicht ersichtlich ist, in den zunächst unbekanntem Größen ϑ_{1a} und ϑ_{2a} , deren Berechnung im Nachfolgenden beschrieben wird:

Die Formeln (76) und (77) in Bild 12 ergeben sich aus den Ansätzen (51) bis (53) für die Stromrichtungen entsprechend Bild 9.

$$I_{12} + I_{32} = I_{11} \quad (51)$$

$$I_{22} + I_{32} = I_{21} \quad (52)$$

$$I_j = \frac{U_j}{R_j} \quad (53)$$

Um die Formeln (76) und (77) übersichtlich zu gestalten, werden zunächst durch einige Substitutionen, die Größen A_j , B_j und C_j eingeführt. Der einfacheren Schreibweise wegen sind diese Gleichungen (55) bis (57), auf deren Ableitung in diesem Rahmen verzichtet wird, mit den Wärmedurchlaßwiderständen dargestellt.

$$R_j = \frac{1}{A_j} = \frac{1}{S_j \lambda_j} \quad (54)$$

$$A_j = \frac{R_{BE}}{R_{jWD}} \quad (55)$$

$$B_j = (1 + R_{BE} \frac{R_{jWD} + R_{jE}}{R_{jWD} \cdot R_{jE}}) \quad (56)$$

$$C_j = \frac{R_{BE}}{R_{jE}} \quad (57)$$

Die Wärmedurchlaßwiderstände sind mit der entsprechenden Formzahl aus Bild 12 und der Wärmeleitfähigkeit vom Dämmstoff bzw. Erdreich bei der jeweils herrschenden Mitteltemperatur zu errechnen.

Da die Wärmeleitfähigkeit meist keine konstante Größe ist, sondern von Mitteltemperatur und Feuchtegehalt $\lambda = f(\vartheta_m, U_G)$ abhängig ist, ist eine iterative Berechnung der Temperaturen ϑ_{1a} nach den Gl. (76) und (77) unumgänglich. Diese schrittweise Annäherung des tatsächlichen Wertes unter Wiederholung derselben Rechengänge ist natürlich nur noch mit elektronischen Rechenmaschinen sinnvoll und möglich. Mit den nun errechneten Temperaturen am Wärmedämm-Block außen oder am äußeren Mantel bei den Mantelrohrsystemen bzw. der errechneten Lufttemperatur bei den kanalverlegten Leitungen lassen sich die Wärmeverluste der einzelnen Leitungen mit Hilfe der Gl. (87) und (89) leicht berechnen.

Der Gesamtwärmeverlust der Doppelleitung (90) ist die Summe aus den Verlusten beider Leitungen.

Im nächsten Abschnitt wird kurz beschrieben, wie ohne großen Rechenaufwand, der Wärmeverlust der Rohrleitungen abgeschätzt werden kann.

5.2.2 Wärmeverluste mit vereinfachtem Verfahren

Werden die Wärmeleitfähigkeiten von Wärmedämmung und Erdreich entsprechend den ungefähr herrschenden Mitteltemperaturen abgeschätzt, so kann der Wärmeverlust der Leitungen wie folgt berechnet werden:

a) Wärmedämmblock

$$q_j = \lambda_{jWD} \left[S_j'' + S_B \cdot \left(1 - \frac{\Delta\vartheta_{3-j}}{\Delta\vartheta_j} \right) \right] \Delta\vartheta_j \quad (91)$$

b) Mantelrohr-Verfahren

$$q_j = S_j'' \cdot \lambda_{jWD} \cdot \Delta\vartheta_j \quad (92)$$

worin für beide Verlegesysteme

$$S_j'' = \frac{1}{\frac{1}{S_{jWD}} + \frac{\lambda_{jWD}}{\lambda_{jE}} \cdot \frac{1}{S_{jE}}} \quad (93)$$

Die aufwendige Berechnung von ϑ_{1a} und ϑ_{2a} fällt somit weg.

Für eine grobe Abschätzung des Wärmeverlustes bei den Mantelrohr-Verfahren können die Rohre sogar als einzeln verlegte Rohre betrachtet werden, so daß auf die Berechnung der Korrektionszahlen verzichtet werden kann und sich somit die Formel (93) zu Formel (8) vereinfacht.

6 Vergleich zwischen Rechnung und Messung

In Bild 13 und 14 werden die Wärmeverluste aus Rechnung und Messung einer willkürlich aus dem Forschungsvorhaben ausgewählten Meßstrecke miteinander verglichen. Die Wärmeverluste der Vor- und Rücklaufleitung sind in diesen Diagrammen in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz $\vartheta_1 - \vartheta_2$ aufgetragen. Die Meßwerte sind, für die Vorlaufleitung von den Rohrtemperaturen 70°C bis 130°C und die Rücklaufleitung von den Temperaturen 50°C bis 90°C, durch die gestrichelte Fläche gekennzeichnet. Die strichpunktierten Linien stellen die berechneten Werte dar.

In Bild 13 sind zusätzlich noch die Wärmeverluste nach dem Verfahren von Vidal eingezeichnet.

Aus den Grafiken erkennt man, daß das Berechnungsverfahren die Verhältnisse gut beschreibt. Die Abweichung von Rechnung und Messung liegt bei 5 bis maximal 10 %.

Bild 12. Zusammenstellung der Formeln des Berechnungsverfahrens für die verschiedenen Verlegearten

Verlegesysteme				
j Rohrleitung 1 oder 2				
Durchmesser	d_1	d_{1j}	d_{1ja}	d_{1ji}
$\frac{h_E}{d_1} \geq 2$	$\frac{1.073}{d_1} \frac{2 b_1 h}{b_1 + b}$ (59) <small>siehe Gl. (30-33)</small>	$\frac{1.073}{d_{1j}} \frac{2 b_1 h}{b_1 + b}$ (59) <small>siehe Gl. (30-33)</small>	$\frac{1.073}{d_{1ja}} \frac{2 b_1 h}{b_1 + b}$ (59) <small>siehe Gl. (30-33)</small>	$\frac{1.073}{d_{1ji}} \frac{2 b_1 h}{b_1 + b}$ (59) <small>siehe Gl. (30-33)</small>
f_B	$\frac{\tanh \frac{2 h_E}{d_1} \frac{\lambda_{WD} \operatorname{arccosh} \frac{2 h_E}{d_1}}{a^2 - \frac{d_1^2}{4} - \frac{d_2^2}{4}}}{\operatorname{arccosh} 2 \frac{d_1 d_2}{d_1 d_2}}$ (61)	$\frac{\tanh \frac{2 h_E}{d_{1j}} \frac{\lambda_{WD} \operatorname{arccosh} \frac{2 h_E}{d_{1j}}}{a^2 - \frac{d_{1j}^2}{4} - \frac{d_{2j}^2}{4}}}{\operatorname{arccosh} 2 \frac{d_{1j} d_{2j}}{d_{1j} d_{2j}}}$ (62)	$\frac{\tanh \frac{2 h_E}{d_{1ja}} \frac{\lambda_{WD} \operatorname{arccosh} \frac{2 h_E}{d_{1ja}}}{a^2 - \frac{d_{1ja}^2}{4} - \frac{d_{2ja}^2}{4}}}{\operatorname{arccosh} 2 \frac{d_{1ja} d_{2ja}}{d_{1ja} d_{2ja}}}$ (63)	$\frac{\tanh \frac{2 h_E}{d_{1ji}} \frac{\lambda_{WD} \operatorname{arccosh} \frac{2 h_E}{d_{1ji}}}{a^2 - \frac{d_{1ji}^2}{4} - \frac{d_{2ji}^2}{4}}}{\operatorname{arccosh} 2 \frac{d_{1ji} d_{2ji}}{d_{1ji} d_{2ji}}}$ (64)
Korrektionszahl	$\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \frac{a d_1}{h_E d_{3-1}}$ (64)	$\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \frac{a d_{1j}}{h_E d_{(3-j)j}}$ (65)	$\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \frac{a d_{1ja}}{h_E d_{(3-j)ja}}$ (66)	$\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \frac{a d_{1ji}}{h_E d_{(3-j)ji}}$ (67)
$\frac{d_E}{h_E} \leq 1,5$	$f_B S_B = f_B \frac{2 \pi}{\operatorname{arccosh} 2 \frac{d_1^2 - d_2^2}{d_1 d_2}}$ (66)	$f_B S_B = f_B \frac{2 \pi}{\operatorname{arccosh} 2 \frac{d_{1j}^2 - d_{2j}^2}{d_{1j} d_{2j}}}$ (67)	$f_B S_B = f_B \frac{2 \pi}{\operatorname{arccosh} 2 \frac{d_{1ja}^2 - d_{2ja}^2}{d_{1ja} d_{2ja}}}$ (68)	$f_B S_B = f_B \frac{2 \pi}{\operatorname{arccosh} 2 \frac{d_{1ji}^2 - d_{2ji}^2}{d_{1ji} d_{2ji}}}$ (69)
Formzahl	$f_{1SR} = f_1 \frac{2 \pi}{\operatorname{arccosh} \frac{2 h_E}{d_1}}$ (70)	$f_{1SjR} = f_1 \frac{2 \pi}{\operatorname{arccosh} \frac{2 h_E}{d_{1j}}}$ (71)	$f_{1SjaR} = f_1 \frac{2 \pi}{\operatorname{arccosh} \frac{2 h_E}{d_{1ja}}}$ (72)	$f_{1SjiR} = f_1 \frac{2 \pi}{\operatorname{arccosh} \frac{2 h_E}{d_{1ji}}}$ (73)
Formzahl	$f_{1SWD} = f_1 \frac{2 \pi}{\ln \frac{d_{1a}}{d_{1j}}}$ (74)	$f_{1SWD} = f_1 \frac{2 \pi}{\ln \frac{d_{1ja}}{d_{1j}}}$ (75)	$f_{1SWD} = f_1 \frac{2 \pi}{\ln \frac{d_{1ja}}{d_{1j}}}$ (76)	$f_{1SWD} = f_1 \frac{2 \pi}{\ln \frac{d_{1ja}}{d_{1j}}}$ (77)
Temperatur	$\Delta \vartheta_j = \vartheta_j - \vartheta_{E0}$ (81)	$\Delta \vartheta_j = \vartheta_j - \vartheta_{E0}$ (82)	$\Delta \vartheta_j = \vartheta_j - \vartheta_{E0}$ (83)	$\Delta \vartheta_j = \vartheta_j - \vartheta_{E0}$ (84)
ϑ_{ja}	$\lambda_E S_1 \Delta \vartheta_j = \lambda_E \left[S_{1R} + S_B \left(1 - \frac{\Delta \vartheta_{2a}}{\Delta \vartheta_j} \right) \right] \Delta \vartheta_j$ (86)	$\lambda_{jWD} S_1 \Delta \vartheta_j = \lambda_{jWD} \left[S_{1jR} + S_B \left(1 - \frac{\Delta \vartheta_{2a}}{\Delta \vartheta_j} \right) \right] \Delta \vartheta_j$ (87)	$\lambda_{jaWD} S_1 \Delta \vartheta_j = \lambda_{jaWD} \left[S_{1jaR} + S_B \left(1 - \frac{\Delta \vartheta_{2a}}{\Delta \vartheta_j} \right) \right] \Delta \vartheta_j$ (88)	$\lambda_{jjiWD} S_1 \Delta \vartheta_j = \lambda_{jjiWD} \left[S_{1jjiR} + S_B \left(1 - \frac{\Delta \vartheta_{2a}}{\Delta \vartheta_j} \right) \right] \Delta \vartheta_j$ (89)
Wärmestrom	q_{12}	$q_1 + q_2$ (90)	$q_1 + q_2$ (91)	$q_1 + q_2$ (92)

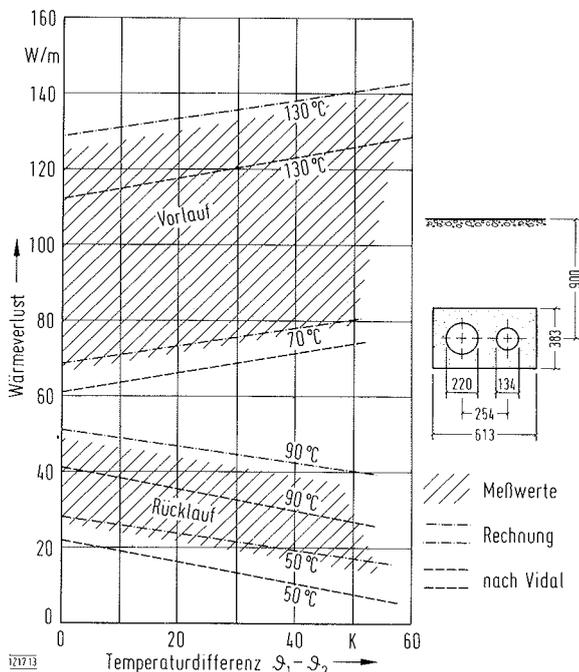


Bild 13. Wärmeverlust von Vor- und Rücklaufleitung einer willkürlich ausgewählten Meßstrecke aus den 9 verschiedenen Versuchsstrecken, abhängig von der Temperaturdifferenz zwischen Vor- und Rücklaufleitung;

Doppelleitung im WD-Block verlegt

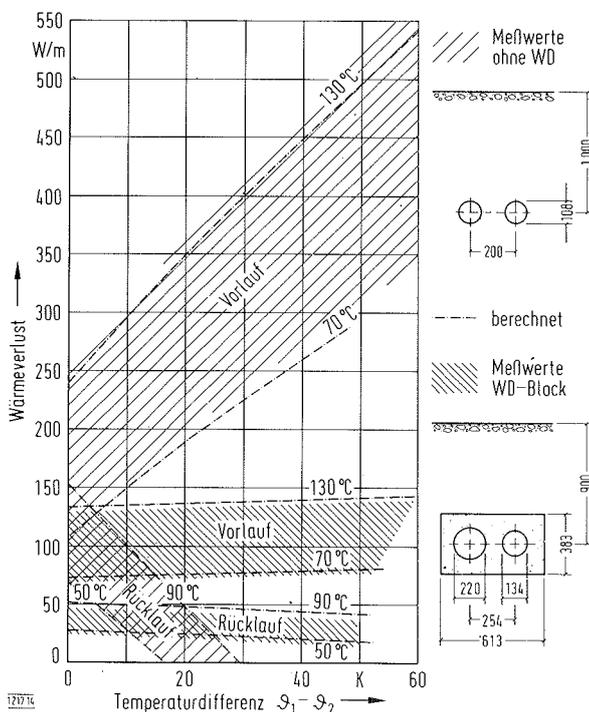


Bild 14. Wärmeverlust von zwei verschiedenen Meßstrecken in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz zwischen Vor- und Rücklaufleitung;

Doppelleitung ohne WD-Block und im WD-Block verlegt

Auch das Verfahren nach Vidal liefert recht brauchbare Ergebnisse. Hier weichen die Werte für den Wärmestrom für Vor- und Rücklauf 10 bis 20 % von den gemessenen Werten ab.

Ein Vergleich der errechneten Formzahl mit den von Franz und Grigull [5] experimentell ermittelten Formzahlen (siehe 3.6) für die Vorlaufleitung bzw. Dampfleitungen zeigt ein überraschend gutes Ergebnis. Die Formzahl S_1 wird im nachstehenden Diagramm (Bild 15), vom Verhältnis Rohrabstand zur Verlegetiefe, mit ϑ_2/ϑ_1 als Parameter dargestellt.

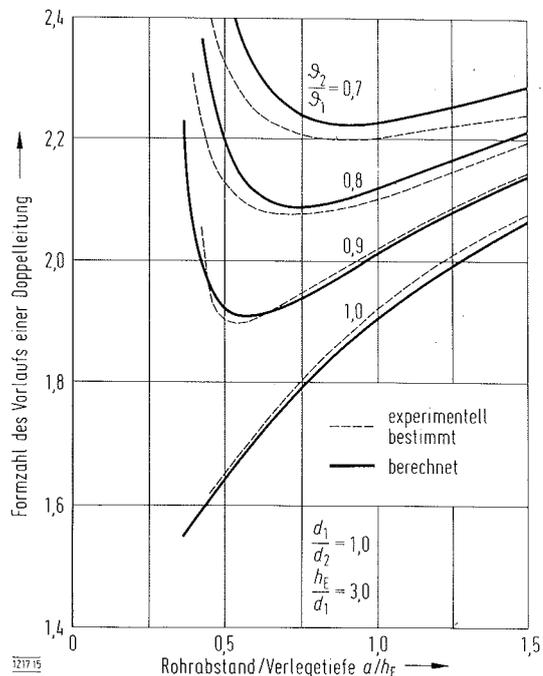


Bild 15. Formzahlen des Vorlaufs experimentell von Franz und Grigull (5) ermittelt

Die maximale Abweichung bei dem Beispiel für

$$\frac{b_E}{d_1} = 3,0 \text{ und } \frac{d_1}{d_2} = 1,0$$

beträgt 3 bis 4 %, wobei die Minima bei den verschiedenen Temperaturverhältnissen ausgezeichnet nachvollzogen werden.

Dieses Diagramm wurde deshalb in diesen Aufsatz aufgenommen, weil es die Verhältnisse der Wärmeableitung bei zwei im Erdreich verlegten Rohrleitungen gut beschreibt und die Möglichkeit bietet, einen Vergleich zwischen diesem Berechnungsverfahren und unabhängig von dieser Forschungsarbeit gefundenen Formzahlen anzustellen.

7 Schlußbetrachtung

Das vorliegende Verfahren ermöglicht für erdverlegte Doppelleitungen in den bisher bekannten Systemen die abschätzende Berechnung der Wärmeverluste.

Die dabei getroffenen Annahmen und Vereinfachungen waren möglich geworden durch die im Rahmen unserer Forschungsarbeiten ermittelten Meßwerte von Temperaturen und Wärmeverlusten an verlegten Systemen.

Die Ergebnisse können jedoch durch die Bildung des äquivalenten Durchmessers bei Blocksystemen mit quadratischen oder rechteckigem Querschnitt mit einem systematischen Fehler in der Größe bis maximal 10 % behaftet sein.

Für eine genauere Berechnung wäre deshalb die Ermittlung im Laboratorium einer systembezogenen äquivalenten Wärmeleitfähigkeit, abhängig von den Rohrtemperaturen, notwendig, wobei entsprechende Blocklängen des ausgeführten Systems zu prüfen sind. Dies ist mit einer geeigneten Meßeinrichtung aufgrund vorliegender Erfahrungen und Erkenntnissen aus dem Forschungsvorhaben möglich, wobei zunächst nicht die weitere Dämmwirkung des umgebenden Erdreichs erfaßt würde.

Mit der Zusammensetzung und dem Aufbau des Erdreichs, sowie den zugehörigen Stoffwerten wie Schüttdichte oder Rohdichte und Feuchtegehalt wird dann dieses Verfahren sichere Werte des Wärmeverlustes ergeben, was gerade heute bei der Planung und dem Bau von erdverlegten Fernheizleitungen notwendig geworden ist.

Eine zuverlässige Ermittlung von Dämmdicken unter wirtschaftlichen Gesichtspunkten oder technischen Forderungen rechtfertigt den relativ hohen Rechenaufwand mit Hilfe des vorliegenden Verfahrens.

Schrifttum

- [1] *Vidal, J.*: Etude par analogie électrique des pertes calorifiques dans les canalisations de transport d'enthalpie. Diss. Paris, Université des Paris 1961.
- [2] *Brauer, H.*: Berechnungen der Wärmeverluste von im Erdreich verlegten Rohrleitungen. *Energie* 15 (1963) S. 354.
- [3] *Jenowisk, M.*: Die neue Berechnungsmethode der Wärmeverluste in den Fernheizleitungen.
- [4] *Tanaka, T.*: Ermittlung der Wärmeverluste erdverlegter Rohrleitungen mit Hilfe einer thermisch-elektrischen Analogie.
- [5] *Franz G., Grigull, U.*: Wärmeverluste von beheizten Rohrleitungen im Erdboden. *Wärme und Stoffübertragung* 2 (1969) S. 109–117.
- [6] *Betz, A.*: Konforme Abbildungen. 2. Auflage Springer-Verlag Berlin/Göttingen. Heidelberg.
- [7] *Merker, G. P., Schällig, R., Grigull, U.*: Berechnung des Temperaturfeldes um eine im Erdboden verlegte Punkt- und Linienquelle bei Randbedingungen III. Art an der Erdoberfläche. *Wärme- und Stoffübertragung* 10 (1977) S. 145–152
- [8] *Elgeti, K.*: Der Wärmeverlust einer erdverlegten Rohrleitung im stationären Zustand unter dem Einfluß der Wärmeübergangszahl an der Erdoberfläche. *Forschung im Ingenieurwesen* 33 (1967) Nr. 4 S. 101
- [9] *Weber, A. P.*: Über die Berechnung der Wärmeverluste direkt ins Erdreich verlegter Fernheizungen. *Die Isolation* Nr. 1/2/3 1968.
- [10] *Grigull, U.*: Wärmeverlust exzentrischer Rohrisolierungen. *Die Isolation* Nr. 4/5/6 1967.